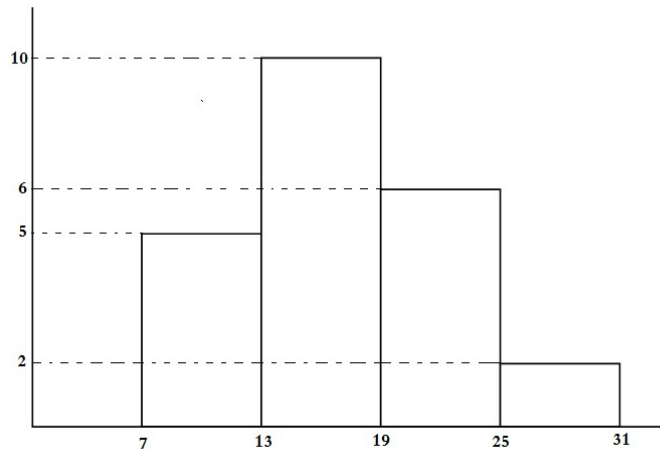


آزمون آمار و احتمالات مهندسی (رشته های کامپیوتر، فناوری اطلاعات)

(۱) راننده ای مسیر ۱۰۰ کیلومتری بین دو شهر را با سرعت ۶۰ کیلومتر بر ساعت رفته و با سرعت ۶۵ کیلومتر بر ساعت برگشته است. متوسط سرعت رفت و برگشت این راننده را محاسبه کنید؟

(۲) اگر نمودار زیر بافت نگار تعداد داده ها باشند، به هر کدام از سوالات زیر پاسخ دهید.
الف) فراوانی تجمعی دسته چهارم را بیابید. ب) مد و میانه را حساب کنید.



(۳) ضریب چولگی جدول توزیع فراوانی زیر را به دست آورید.

X_i	۲	۳	۴	۵	۶
f_i	۱	۳	۷	۳	۱

(۴) اگر در تعدادی داده واریانس نمونه ای ۱۶ و ضریب چولگی پیرسن 0.2 باشد با فرض اینکه مقدار میانگین ۴ برابر میانه است، مقدار عددی میانه را بیابید.

(۵) واریانس مشاهدات روبرو را به دست آورید. ۷۲ ۶۸ ۶۵ ۶۳ ۶۴ ۶۹ ۶۷ ۶۶ ۶۹

(۶) جدول زیر توزیع فراوانی ۲۸ کارگر را در روز برحسب هزار تومان نشان می دهد:

درآمد بر حسب هزار تومان	۱۰-۱۴	۱۵-۱۹	۲۰-۲۴	۲۵-۲۹	۳۰-۳۴	۳۵-۳۹
تعداد کارگر	۳	۶	۸	۵	۴	۲

الف) میانگین را به روش کدگذاری به دست آورید،
ب) میانه درآمد را حساب کنید.

(۷) اگر $V(X) = \frac{1}{4}$ و $V(Y) = \frac{2}{3}$ ، $V(X+Y) = \frac{5}{6}$ باشد. $V(Y-X)$ را حساب کنید.

(۸) با ارقام ۱، ۳، ۴، ۷ چند عدد سه رقمی با تکرار می توان نوشت؟

(۹) کتاب آمار و ۲ کتاب ریاضی را به طور تصادفی کنار هم در یک قفسه قرار می دهیم، احتمال اینکه کتاب های آمار پهلوی هم و کتاب های ریاضی نیز پهلوی هم قرار گیرند، چقدر است؟

(۱۰) دایره ای به شعاع r در داخل دایره ای به شعاع R قرار دارد. نقطه ای به تصادف انتخاب می کنیم. احتمال اینکه نقطه انتخابی در داخل دایره کوچک باشد چقدر است؟

(۱۱) یک سیستم مهندسی دارای دو عامل است که به طور مستقل از هم عمل می کنند.
اگر $۰/۱ = P(\text{عامل اول خراب شود})$ و $۰/۲ = P(\text{عامل دوم خراب شود})$ باشد، احتمال اینکه سیستم در موقعیت دو عامل سری هستند خراب نشود چقدر است؟

(۱۲) اگر تعداد محصولات تولید شده توسط یک کارخانه در طول هفته متغیر تصادفی با میانگین $\mu = ۵۰$ و واریانس $\sigma^2 = ۲۵$ باشد. با استفاده از قضیه چبیشف $P(۴۰ \leq X \leq ۶۰)$ حداقل چقدر است؟

(۱۳) متغیر تصادفی X دارای تابع چگالی به صورت زیر است:

$$f(X) = \frac{1}{\beta^3 \pi(3)} x^2 e^{-\frac{X}{\beta}} \quad X > 0, \beta > 0$$

اگر $E(X) = ۶$ باشد، $V(X)$ چقدر است؟

(۱۴) اگر متغیر تصادفی X و Y دارای تابع چگالی احتمال توام $f(x, y) = \frac{3}{4} \left(xy + \frac{y^2}{4} \right)$ باشند، که در آن $0 < x < 1, 0 < y < 2$

است. امید ریاضی $E(X|Y=1)$ چقدر است؟

(۱۵) تابع چگالی توام X, Y عبارتست از:

$$f(x, y) = \binom{y}{x} \left(\frac{1}{2} \right)^x \left(\frac{x}{15} \right); \quad x = 1, 2, 3, 4, 5, \quad y = 0, 1, \dots, x$$

تابع چگالی حاشیه ای $f_X(x)$ کدام است؟

(۱۶) کلمه ای به تصادف از رباعی زیر، سروده حکیم عمر خیام ریاضی دان و شاعر بزرگ انتخاب می کنیم. میانگین تعداد حروف این کلمه چقدر است؟

وز رفتن من جاه و جلالش نفزود؛
از آمدنم نبود گردون را سود،
وز هیچ کسی نیز دو گوشم نشنود،
کاین آمدن و رفتنم از بهر چه بود!

(۱۷) اگر $E(X) = m$ و $E[X(X-1)] = 2m^2$ باشد، آنگاه واریانس X را محاسبه کنید.

(۱۸) نقطه X را به تصادف از $(0, \frac{\pi}{4})$ انتخاب می کنیم. $E(\cos^2(X))$ را بیابید.

(۱۹) بسته های ۵۰۰ گرمی چای توسط یک دستگاه اتوماتیک پر می شوند. اگر وزن بسته ها از توزیع نرمال با میانگین μ و واریانس σ^2 پیروی کند برای نمونه ۵ تایی مشاهده شده، ۴۹۹، ۵۰۲، ۵۰۱، ۴۹۸، ۵۰۰ فرض $H_0: \sigma^2 = ۲/۴۵$ را در مقابل $H_1: \sigma^2 > ۲/۴۵$ در سطح ۵ درصد آزمون کنید.

(۲۰) از دو جمعیت نرمال با واریانس های ۲۰ و ۳۰ نمونه های تصادفی ۸ تایی و ۱۰ تایی انتخاب می کنیم. احتمال اینکه واریانس نمونه اول بیش از دو برابر واریانس نمونه دوم باشد؛ چقدر است؟

دانشجویان گرامی در زیر تعدادی تست آمده که از متن کتاب برگرفته شده، جواب های صحیح را بیابید.

(۱) کدام یک از معیارهای محاسبه چولگی نمی باشد؟

(۱) $s.k_p = \frac{\bar{x} - M}{S}$

(۲) $s.k_p = \frac{3(\bar{x} - m)}{S}$

(۳) $b = \frac{m_3}{S^3}$

(۴) $k = \frac{m_4}{S^4}$

(۲) کدام گزینه از ویژگی های میانگین نمونه نمی باشد؟

(۱) اگر به تک تک داده ها مقدار ثابت a اضافه یا کم شود، میانگین جدید از اضافه کردن یا کم کردن a از میانگین قدیم به دست می آید.

(۲) از یک نمونه به نمونه دیگر تغییر می کند.

(۳) از تمام داده های نمونه استفاده می شود.

(۴) اگر تک تک داده ها را در مقدار ثابت k ضرب یا بر آن تقسیم کنیم، میانگین جدید از ضرب یا تقسیم میانگین قدیم به k^2 دست می آید.

(۳) فرمول محاسبه نما در جدول توزیع فراوانی کدام است؟

$$(۱) M = a_i + \frac{d_1 + d_2}{d_1} \times \ell \quad (۲) M = a_{i-1} + \frac{d_1}{d_1 + d_2} \times \ell$$

$$(۳) M = a_i + \frac{d_1}{d_1 + d_2} \times \ell \quad (۴) M = a_{i-1} + \frac{d_1}{d_1 \times d_2} \times \ell$$

(۴) اگر میانگین حسابی تعدادی داده ۱۳ و میانگین همساز ۸ باشد، میانگین هندسی تقریباً چقدر است؟

$$(۱) ۷ \quad (۲) ۶ \quad (۳) ۱۰ \quad (۴) ۱۵$$

(۵) در روش کد گذاری اگر $\bar{x}, S_x^2, \bar{u}, S_u^2$ به ترتیب میانگین و واریانس متغیرهای قدیم و جدید باشند؛ همچنین a تغییر مبدا اندازه گیری و b تغییر واحد اندازه گیری باشد، کدام رابطه نادرست است؟

$$(۱) \bar{u} = \frac{1}{b}(\bar{x} - a) \quad (۲) m_r^u = \frac{1}{b^r} m_r^x \quad (۳) S_u^2 = \frac{1}{b^2} S_x^2 \quad (۴) \bar{u} = \frac{1}{b}(\bar{x} - a)$$

(۶) X دارای توزیع استودنت با r درجه آزادی است، با توجه به اینکه گشتاور مرکزی مراتب فرد صفر است نتیجه می شود که:

$$(۱) E(X) = 1 \quad (۲) E(X) = 0 \quad (۳) 0 < E(X) < 1 \quad (۴) \text{ نتیجه خاصی به دست نمی دهد}$$

(۷) کدام یک از ویژگی های تابع مولد گشتاورها می باشد؟

$$(۱) M_X(0) = 1, M'_X(0) = E(X) = \mu \quad (۲) M''_X(0) - (M'_X(0))^2 = V(X)$$

$$(۳) \text{ تمام موارد صحیح است} \quad (۴) M_{\frac{X+a}{b}}(t) = e^{\frac{at}{b}} M_X\left(\frac{t}{b}\right)$$

(۸) فرض کنید X یک متغیر تصادفی دارای توزیع نرمال با میانگین μ و واریانس σ^2 باشد. اگر X_1, \dots, X_n یک نمونه تصادفی از X باشد. لگاریتم تابع راستنمایی ماکزیمم کدام است.

$$(۱) \ln L(\mu, \sigma^2) = -\frac{n}{2} \ln(2\pi) - \frac{n}{2\sigma^2} \sum_{i=1}^n (x_i - \mu)^2$$

$$(۲) \ln L(\mu, \sigma^2) = -\frac{n}{2} \ln(2\pi) - \frac{1}{2\sigma^2} \sum_{i=1}^n (x_i - \mu)^2$$

$$(۳) \ln L(\mu, \sigma^2) = \frac{n}{2} \ln(2\pi) + \frac{n}{2} \ln(\sigma^2) + \frac{1}{2\sigma^2} \sum_{i=1}^n (x_i - \mu)^2$$

$$(۴) \ln L(\mu, \sigma^2) = 0$$

امتحان از ۶۰ نمره تصحیح خواهد شد، هر سوال تشریحی ۲/۷ نمره و هر سوال تستی ۰/۷۵ نمره دارد.

موفق باشید، اوج بک

* به جواب هایی که فاقد روش محاسباتی کامل هستند، نمره تعلق نمی گیرد. دانشجویان می توانند برای دریافت نمره میان ترم از تاریخ ۱۳۹۲/۲/۳۰ به آدرس اینترنتی زیر مراجعه نمایند: