



تعداد سوالات: ۱۰ سوال (۱ صفحه)

تاریخ آزمون: ۱۴۰۲/۰۹/۱۱

نام و نام خانوادگی: _____

شماره کلاس: _____

آزمون تحلیلی مفهومی درس ریاضی ۳

زمان پاسخگویی: ۹۰ دقیقه

شروع فرآیند ارزشیابی: ساعت ۱۱/۲۰



جمهوری اسلامی ایران

وزارت آموزش و پرورش

مدیریت آموزش و پرورش شهرستان شاپور

۱- تابع $f(x) = \begin{cases} \frac{1}{2}x - \frac{3}{2} & 2x - 5 \geq 0 \\ -2x^2 + mx - 21 & 2x - 5 < 0 \end{cases}$ روی دامنه تعریف خود وارون پذیر است. به ازای مقدار صحیح m مقدار $f^{-1}(-3)$ را به دست آورید. (۲/۵ نمره)

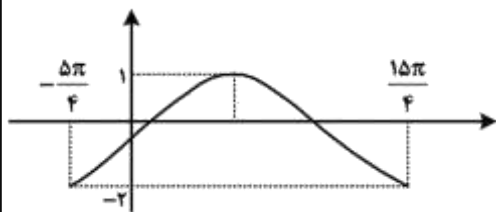
۲- توابع $f: R \rightarrow R$ و $g: R \rightarrow R$ و $h: R \rightarrow R$ هر سه توابعی صعودی هستند. اگر برای هر $x \in R$ داشته باشیم:

$f(x) \leq g(x) \leq h(x)$ درستی نامساوی $f(f(x)) \leq g(g(x)) \leq h(h(x))$ را بررسی کنید. (۲/۵ نمره)

۳- اگر تابع f یک چندجمله‌ای باشد و داشته باشیم $(f \circ f)(x) = x^2(f(x) - 1)$ ، ضابطه $f(x)$ را بیابید. (۲ نمره)

۴- فاصله نقطه تقاطع تابع $y = x^3 + 3x - 12$ با وارون خود از مبدا مختصات را به دست آورید؟ (۲ نمره)

۵- در یک بازه تناوب نمودار تابع $f(x) = a \sin^2(x) \left(-bx + \frac{\pi}{4}\right) + c$ در شکل زیر داده شده است. مقدار abc را به دست آورید. (۲ نمره)



۶- جواب عمومی معادله مثلثاتی $\sqrt{3} \sin(x) + \cos(x) - 1 = 0$ را به دست آورید. (۲ نمره)

۷- با در نظر گرفتن اتحاد $\sin(2\alpha) = 2 \sin(\alpha) \cos(\alpha)$ و مفهوم حد نشان دهید:

$$\frac{2}{\pi} = \cos\left(\frac{\pi}{4}\right) \cos\left(\frac{\pi}{8}\right) \cos\left(\frac{\pi}{16}\right) \dots \quad (2/5 \text{ نمره})$$

۸- در یک معادله مثلثاتی

$$3 \sin(x) - \sqrt{3} \cos(x) + m \sin\left(2x + \frac{\pi}{6}\right) = 1$$

اگر $\sin\left(x - \frac{\pi}{6}\right) = \frac{1}{\sqrt{3}}$ باشد، مقدار m را بیابید. (۲ نمره)

۹- فرض کنید تابع $y = f(x)$ روی اعداد حقیقی بزرگتر از -1 تعریف شده باشد، به طوریکه $\frac{f(x)}{x}$ روی بازه‌های $(0, +\infty)$ و $(-1, 0)$ اکیداً صعودی است و همچنین:

$$f(x + f(y) + xf(y)) = y + f(x) + yf(x)$$

ضابطه تابع $y = f(x)$ را بیابید. (راهنمایی: شرط $\frac{f(x)}{x}$ روی بازه‌های $(0, +\infty)$ و $(-1, 0)$ اکیداً صعودی است، بیانگر این است که $f(x) = x$ تنها سه جواب روی بازه‌های بیان شده دارد. جوابهای قابل قبول را در ضابطه قرار دهید). (۲/۵ نمره)

موفق باشید، انجمن