

(۱) روشی ساده برای پیدا کردن تابع پتانسیل
مثال: تابع پتانسیل تابع نیروی زیر را پیدا کنید.

$$F = (2ye^{yx} + e^z)i + (3ze^{zy} + e^{yx})j + (xe^z + e^{zy})k$$

حل:

$$\frac{\partial u}{\partial x} = (2ye^{yx} + e^z) \xrightarrow{\text{انتگرال نسبت به } x} u(x, y, z) = ye^{yx} + xe^z + (y, z \text{ متغیر دو})$$

$$\frac{\partial u}{\partial y} = (3ze^{zy} + e^{yx}) \xrightarrow{\text{انتگرال نسبت به } y} u(x, y, z) = ze^{zy} + ye^{yx} + (x, z \text{ متغیر دو})$$

$$\frac{\partial u}{\partial z} = (xe^z + e^{zy})k \xrightarrow{\text{انتگرال نسبت به } z} u(x, y, z) = xe^z + ze^{zy} + (x, y \text{ متغیر دو})$$

لذا تابع پتانسیل را می توان به صورت مجموع عوامل مشترک و غیر مشترک سه جمله فوق نوشت. توجه کنید هر عامل بایستی فقط یک بار ظاهر گردد؛ همچنین از توابعی که بر حسب دو متغیر غایب در مشتگیری هستند صرف نظر می کنیم. در نتیجه خواهیم داشت:

$$f(x, y, z) = ye^{yx} + xe^z + ze^{zy} + ze^{zy}$$

تمرین: تابع پتانسیل میدان برداری $F(x, y) = \frac{xi + yj + zk}{\sqrt{x^2 + y^2 + z^2}}$ را در صورت وجود بیابید و کار انجام شده توسط این نیرو را در طول خط $x = y = z$ از نقطه $(1, 1, 1)$ تا نقطه $(2, 2, 2)$ بیابید. راهنمایی: ابتدا تابع پتانسیل را بیابید سپس از خاصیت ابقایی بودن میدان برداری استفاده کنید. جواب نهایی به صورت زیر خواهد بود:

$$\int_{(1,1,1)}^{(2,2,2)} F \cdot dr = f(2, 2, 2) - f(1, 1, 1) = \sqrt{3}$$